

**EXEMPLES DU COURS SUR LE CHAPITRE V**

**EXEMPLE N° 1** On considère l'équation différentielle (E) :  $|t|y' - y = t^2$

1. Résoudre (E) sur un intervalle J inclus dans  $\mathbb{R}^*$
2. Résoudre (E) sur  $\mathbb{R}$

**EXEMPLE N° 2** On considère l'équation différentielle (E) :  $xy' - y = 1 + x^2 \cos x$

1. Résoudre (E) sur un intervalle J inclus dans  $\mathbb{R}^*$
2. Résoudre (E) sur  $\mathbb{R}$

**EXEMPLE N° 3** On considère l'équation différentielle (E) :  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 6$

1. Déterminer une solution particulière de (E) évidente.
2. Déterminer les solutions polynômiales de l'équation homogène associée à (E)
3. Résoudre (E) sur  $\mathbb{R}$

**EXEMPLE N° 4** On considère l'équation différentielle  $(1 + x^2)y'' + xy' - y = 0$

1. Identifier les solutions polynômiales
2. Calculer, quand c'est possible, la dérivée de F où  $F(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$
3. Résoudre alors l'équation  $(1 + x^2)y'' + xy' - y = 0$  sur  $\mathbb{R}$

**EXEMPLE N° 5**

Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle : (E) :  $(1 + t^2)^2 y'' + 2t(1 + t^2)y' + y = \frac{1}{1 + t^2}$  en posant  $t = \tan x$

**EXERCICES SUR LE CHAPITRE V**

**EXERCICE N° 1** Résoudre l'équation (E) :  $t(1 - t)y' + y = t$  sur  $\mathbb{R}$

**EXERCICE N° 2** Soit  $a \in \mathbb{R}$ , déterminer suivant les valeurs de  $a$  les solutions de (E<sub>a</sub>) :  $ay'' - (1 + a^2)y' + ay = t$   
On pourra rechercher une solution particulière de (E<sub>a</sub>) sous la forme d'une fonction affine.

**EXERCICE N° 3** Résoudre l'équation  $\begin{vmatrix} y'' & y' & y \\ -4\sin(2x) & 2\cos(2x) & \sin(2x) \\ -\cos x & -\sin x & \cos x \end{vmatrix} = 0$  là où elle est résolue en  $y''$

**EXERCICE N° 4** On considère l'équation (E) :  $(2x + 1)y'' + (4x - 2)y' - 8y = 0$

1. Déterminer les solutions de la forme  $[x \mapsto e^{\alpha x}]$
2. Déterminer les solutions polynômiales.
3. Résoudre alors (E) sur un intervalle I de  $\mathbb{R}$  qui ne contient pas  $-\frac{1}{2}$ .
4. Résoudre (E) sur  $\mathbb{R}$

**EXERCICE N° 5** On considère sur  $]0, +\infty[$  l'équation différentielle (E) :  $t^2 y'' + 4ty' + 2y = \frac{1}{t}$

1. Vérifier que  $\left[t \mapsto \frac{1}{t^2}\right]$  est une solution homogène de (E)
2. En déduire l'ensemble des solutions homogènes de (E)
3. En utilisant la méthode de variation de la constante, déterminer les solutions de (E).

**EXERCICE N° 6** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation  $(1 + x^2)y'' + xy' - y = 0$  en posant  $x = \operatorname{sh} t$